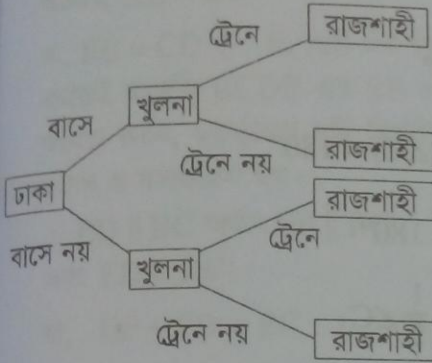
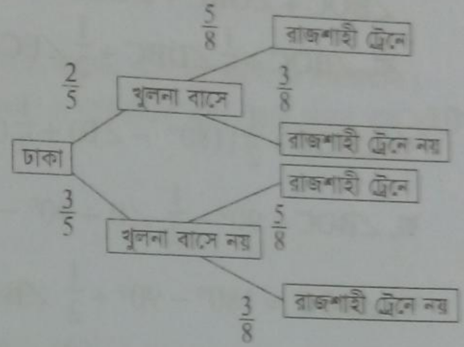
*একজন লোক ঢাকা হতে খুলনায় বাসে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$ এবং খুলনা হতে রাজশাহী ট্রেনে যাওয়ার সম্ভাবনা $\frac{5}{8}$। লোকটি খুলনায় বাসে এবং রাজশাহী ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা কত? Probability tree তৈরি করে দেখান।

সমাধান:

সম্ভাবনা মাধ্যমে Probability tree টি ডান পাশে দেখানো হল-





$\therefore$ লোকটির খুলনায় বাসে এবং রাজশাহীতে ট্রেনে না যাওয়ার সম্ভাবনা- P [খুলনা বাস, রাজশাহী ট্রেনে নয়] $= \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$ (উত্তর)।

জ্যামিতি

ত্রিভুজ বিষয়ক উপপাদ্য

■ **ΔABC এর AB ও AC বাহুকে বর্ধিত করলে B ও C বিন্দুদ্বয় যে বহিঃস্থ কোণদ্বয় উৎপন্ন করে, তাদের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় O বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ করুন যে, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2} \angle A$.**

সমাধান:

সাধারণ নির্বচন : ABC ত্রিভুজের $\angle B$ এবং $\angle C$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক 'O' বিন্দুতে মিলিত হলে $\angle BOC$ এর মান নির্ণয় করতে হবে।

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\angle B$ ও $\angle C$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক 'O' বিন্দুতে মিলিত হয়েছে $\angle BOC$ কোণ মান নির্ণয় করতে হবে।

প্রমাণ : আমরা জানি, ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ১৮০° বা দুই সমকোণ।

∴ ΔABC-এ

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

বা, $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90°$

[উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]

আবার,

ΔBOC–এ

$\angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}\angle DBC + \frac{1}{2}\angle ECB = 180°$

বা, $\angle BOC + \frac{1}{2}(180° - \angle B) + \frac{1}{2}(180° - \angle C) = 180°$

বা, $\angle BOC + 90° - \frac{1}{2}\angle B + 90° - \frac{1}{2}\angle C = 180°$

বা, $\angle BOC = 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle B - 90° + \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = 180° - 180° + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C$

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{2}\angle A - \frac{1}{2}\angle A$

বা, $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$ [যেহেতু $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 90°$]

∴ $\angle BOC = 90° - \frac{1}{2}\angle A$ (প্রমাণিত)



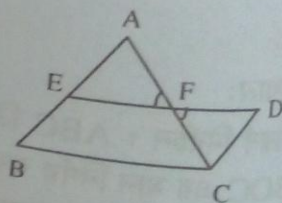
■ **প্রমাণ করুন যে, ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং অর্ধেক।**

সমাধান:

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজের যে কোন দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক।

বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, ΔABC-এর AB এবং AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E এবং F. E, F যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $EF \parallel BC$ এবং $EF = \frac{1}{2}BC$.



অঙ্কন : EF-কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন, $FD = EF$ হয়। D, C যোগ করি।

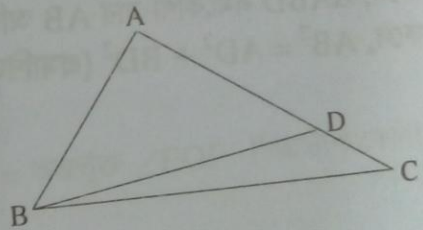
প্রমাণ : ΔAEF এবং ΔCDF-এ

$AF = CF$ [∵ F, AC এর মধ্যবিন্দু]

EF = FD [অঙ্কনানুসারে]
এবং অন্তর্ভুক্ত ∠AFE = অন্তর্ভুক্ত ∠CFD [বিপ্রতীপ কোণ বলে]
∴ ΔAEF ≅ ΔCDF [∵ উভয় ত্রিভুজের দুই বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ সমান]
সুতরাং, AE = DC এবং ∠EAF = ∠DCF
কিন্তু, ∠EAF এবং ∠DCF একান্তর কোণ এবং এদের ছেদক AC
∴ AE ∥ DC
অর্থাৎ, BE ∥ CD [∵ AE এবং BE একই সরলরেখা]
আবার, AE = CD
বা, BE = CD [∵ E, AB এর মধ্যবিন্দু]
কাজেই চতুর্ভুজ BCDE-এর BE ও CD বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।
আমরা জানি, চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত বাহু সমান ও সমান্তরাল হলে, তার অপর বাহু দুইটিও সমান ও সমান্তরাল হয়।
∴ ED ∥ BC অর্থাৎ EF ∥ BC
এবং ED = BC
বা, EF + FD = BC [∵ ED = FF + FD]
বা, EF + EF = BC [∵ অঙ্কনানুসারে, EF = FD]
বা, 2EF = BC
∴ $EF = \frac{1}{2}BC$ সুতরাং, EF ∥ BC এবং $EF = \frac{1}{2}BC$ (প্রমাণিত)

■ **ত্রিভুজের একটি বাহু অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, প্রমাণ কর যে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।**

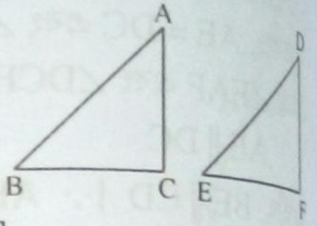
সমাধান:
সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের একটি বাহু অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর হলে, বৃহত্তর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর হবে।
বিশেষ নির্বচন : ΔABC-তে AC বাহু > AB বাহু। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ABC > ∠ACB
অঙ্কন : ΔABC থেকে, AB = AD নিই। B, D যোগ করি।
প্রমাণ : ΔABD তে, AB = AD.



∴ ∠ADB = ∠ABD
কিন্তু, ΔBCD তে,
বহিঃস্থ ∠ADB > ∠DCB
অর্থাৎ, ∠ADB > ∠ACB
কিন্তু, ∠ADB = ∠ABD বলে,
∠ABD > ∠ACB
আবার, ∠ABC > ∠ABD
কেননা, ∠ABD, ∠ABC এর অংশ।
ফলে, ∠ABC > ∠ACB (প্রমাণিত)।

■ যদি কোন ত্রিভুজ ABC-এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $\angle C =$ এক সমকোণ।

সমাধান:



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$ প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle C =$ এক সমকোণ।

অংকন : এমন একটি ত্রিভুজ DEF আঁকি যেন, $\angle F =$ এক সমকোণ, $EF = BC$ এবং $DF = AC$ হয়।

প্রমাণ : $DE^2 = EF^2 + DF^2$ [কারণ $\angle F =$ এক সমকোণ]

$= BC^2 + AC^2 = AB^2 \quad \therefore DE = AB$

এখন, ΔABC ও ΔDEF -এ,

$BC = EF$, $AC = DF$ এবং $AB = DE$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$

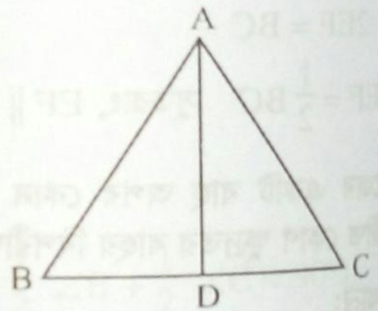
$\therefore \angle C = \angle F =$ এক সমকোণ (প্রমাণিত)।

■ ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$.

সমাধান:

দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD একটি মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$.



প্রমাণ : ΔABD ও ΔADC তে,

$AB = AC$ (সমবাহু বলে)

$BD = CD$ (AD মধ্যমা বলে)

এবং AD বাহু সাধারণ

অতএব, $\Delta ABD \cong \Delta ADC$

ফলে, $\angle BAD = \angle CAD$

কিন্তু ΔABC সমবাহু বলে, $\angle BAC = 60°$

কিন্তু, $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD$

ফলে, $\angle BAD = 30° = \angle CAD$

এখন, ΔABD তে, $\angle BAD = 30°$, $\angle ABD = 60° \therefore \angle ADB = 180° - (30° + 60°)$

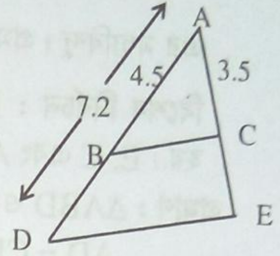
$= 180° - 90° = 90°$

ফলে, ΔABD সমকোণী যার AB অতিভুজ এবং AD ও BD যথাক্রমে ভূমি ও লম্ব

ফলে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ (প্রমাণিত)

■ **ABC একটি ত্রিভুজ। BC-এর সমান্তরাল রেখা DE অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশদ্বয়কে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। AB = 4.5, AC = 3.5 এবং AD = 7.2 হলে, AE-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধান:



ΔABC এর BC বাহুর সমান্তরাল DE অর্থাৎ, $BC \| DE$

$\therefore BC \| DE$ হওয়ায়, BD = CE

এখন, দেওয়া আছে,

AB = 4.5, AC = 3.5 এবং AD = 7.2

$\therefore BD = AD - AB$
$= 7.2 - 4.5$
$= 2.7$

আবার, $BC \| DE$ বলে, $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$

বা, $AB \times CE = BD \times AC$

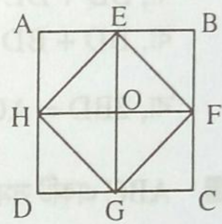
$CE = \frac{BD \times AC}{AB} = \frac{2.7 \times 3.5}{4.5} = 2.1$

আবার, $AE = AC + CE = 3.5 + 2.1 = 5.6$

$\therefore$ নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 5.6 **Ans.**

■ **প্রমাণ করুন যে, কোন চতুর্ভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু চারটি পর্যায়ক্রমে সংযুক্ত করলে একটি সামন্তরিক উৎপন্ন হয়।**

সমাধান:



সাধারণ নির্বচন: কোন চতুর্ভুজের চার বাহুর মধ্যবিন্দুগুলো পর্যায়ক্রমে যোগ করলে যে চতুর্ভুজ উৎপন্ন হয়, তা একটি সামান্তরিক।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের AB, BC, CD, AD এর উপর যথাক্রমে E, F, G ও H মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, EFGH একটি সামান্তরিক।

অংকন : E ও G এবং H ও F যোগ করি। তাহলে EG ও HF পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : কোনো চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলোর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগফলে উৎপন্ন রেখাদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে।

অতএব, EO = OG এবং OH = OF

এখন, ΔHOG এবং ΔEOF এ

OG = OE, OH = OF এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle HOG$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle EOF$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta HOG \cong \Delta OEF$

অর্থাৎ $\angle EGH = \angle GEF$ [একান্তর কোণ] এবং EG এদের ছেদক

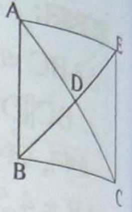
$\therefore$ HG সমান্তরাল EF

অনুরূপভাবে দেখানো যায়, HE সমান্তরাল GF

$\therefore$ EFGH চতুর্ভুজে $EH \| FG$ এবং $EF \| HG$

$\therefore$ EFGH একটি সামন্তরিক **(প্রমাণিত)**

■ **ABC ত্রিভুজের $\angle B = 90°$। D অতিভূজ AC-এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $BD = \frac{1}{2} AC$.**



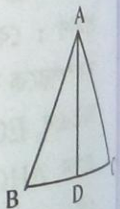
সমাধান:

সাধারণ নির্বচন : ABC ত্রিভুজের $\angle B = 90°$। D অতিভুজ AC-এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BD = \frac{1}{2} AC$.

বিশেষ নির্বচন : BD কে E পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, BD = DE হয়। E, C এবং A, E যোগ করি।

প্রমাণ : ΔABD ও ΔDCE তে,
AD = CD (D, AC এর মধ্যবিন্দু)
BD = DE (অঙ্কন)
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB = \angle CDE$ (বিপ্রতীপ কোণ)
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta DCE$
আবার, ΔADE ও ΔBDC তে,
AD = CD (D, AC এর মধ্যবিন্দু)
BD = DE (অঙ্কন)
এবং অন্তর্ভূক্ত $\angle ADE = \angle BDC$ (বিপ্রতীপ কোণ)
$\therefore \Delta ADE \cong \Delta BDC$
ফলে, AB = CE এবং AE= BC তথা AB||CE ও AE|| BC
আবার, $\angle ABC = 90°$. $\therefore$ ABCE একটি আয়ক্ষেত্র
ফলে BE = AC
বা, BD + DE = AC
বা, BD + BD = AC
বা, 2BD = AC $\therefore BD = \frac{1}{2} AC$ (প্রমাণিত)

■ **ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর উপর লম্ব। দেখান যে, $4AD^2 = 3AB^2$.**



সমাধান:

সাধারণ নির্বচন : ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$.

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC সমবাহু। অর্থাৎ AB = BC = CA। AD, BC এর উপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$.

প্রমাণ : $AD \perp BC$ (দেওয়া আছে)
$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90°$
এখন, সমকোণী ΔABD এবং সমকোণী ΔACD-এ
অতিভুজ AB = অতিভুজ AC [$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]
এবং AD উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ [$\because$ সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ এবং অপর একবাহু সমান]
সুতরাং, BD = CD

$\therefore BC = 2BD$

আবার, সমকোণী ΔABD-এ $\angle ADB = 90°$

এবং অতিভুজ $= AB$

$\therefore$ পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - 4BD^2$ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - (2BD)^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - BC^2$ $[\because BC = 2BD]$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$ $[\because AB = BC = CA]$

$\therefore 4AD^2 = 3AB^2$ (প্রমাণিত)

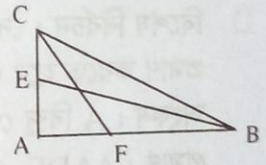
■ **ABC সমকোণী ত্রিভুজ $\angle A = 90°$. BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করুন যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$.**

সমাধান:

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A = 90°$। BE ও CE মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$.

বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A = 90°$। BE, AC এর উপর এবং CF, AB এর উপর মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$.



প্রমাণ : ABE সমকোণী ত্রিভুজে $BE^2 = AB^2 + AE^2$ .... *(i)*

এবং ACF সমকোণী ত্রিভুজে, $CF^2 = AC^2 + AF^2$ .... *(ii)*

সুতরাং, $BE^2 + CF^2 = AB^2 + AE^2 + AC^2 + AF^2$ --------- *(iii)*

কিন্তু ABC সমকোণী ত্রিভুজে $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

আবার, $AE = \frac{1}{2} AC$ এবং $AF = \frac{1}{2} AB$

বা, $AE^2 = \frac{AC^2}{4}$ এবং $AF^2 = \frac{AB^2}{4}$

সমীকরণ *(iii)* হতে পাই, $\therefore BE^2 + CF^2 = BC^2 + \frac{AC^2}{4} + \frac{AB^2}{4}$

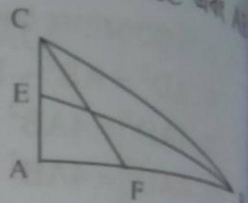
বা, $4(BE^2 + CF^2) = 4BC^2 + AC^2 + AB^2$

বা, $4(BE^2 + CF^2) = 4BC^2 + BC^2$

বা, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$ (প্রমাণিত)।

বিকল্প: সাধারণ নির্বচন : ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ। BE ও CF মধ্যমা।
প্রমাণ করতে হবে যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$.

বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, BC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ। AC এবং AB বাহুর উপর মধ্যমা যথাক্রমে BE এবং CF।



প্রমাণ করতে হবে যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$.

প্রমাণ : সমকোণী ΔABE-এ $BE^2 = AB^2 + AE^2$ এবং সমকোণী ΔACF-এ $CF^2 = AC^2 + AF^2$।

$$\therefore 4(BE^2 + CF^2) = 4(AB^2 + AE^2 + AC^2 + AF^2)$$
$$= 4(AB^2 + AC^2) + 4AE^2 + 4AF^2$$
$$= 4BC^2 + (2AE)^2 + (2AF)^2$$
$$= 4BC^2 + AC^2 + AB^2$$
$$= 4BC^2 + BC^2$$
$$= 5BC^2$$

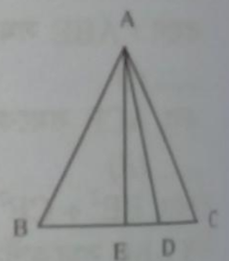
$\therefore 4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$ (প্রমাণিত)

■ **ΔABC-এর AD একটি মধ্যমা। দেখান যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$.**

সমাধান:

সাধারণ নির্বচন : ΔABC এর AD একটি মধ্যমা।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এর একটি মধ্যমা AD।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$



অংকন : A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AE লম্ব টানি।

প্রমাণ : ΔADE-এ

$AD^2 = AE^2 + DE^2$

বা, $AD^2 - DE^2 = AE^2$ .... (i)

এবং ΔABE-এ

$AB^2 = AE^2 + BE^2$

বা, $AB^2 = AD^2 - DE^2 + (BD - DE)^2$ [DE = BD – DE]

বা, $AB^2 = AD^2 - DE^2 + BD^2 - 2.BD.DE + DE^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ .... (ii)

আবার, ΔACE-এ

$AC^2 = AE^2 + CE^2$

বা, $AC^2 = AD^2 - DE^2 + (CD + DE)^2$ [CE = CD + DE]

বা, $AC^2 = AD^2 - DE^2 + CD^2 + 2CD.DE + DE^2$

বা, $AC^2 = AD^2 + CD^2 + 2CD.DE.$

বা, $AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2.BD.DE$ .... (iii) [CD = BD]

(ii) নং ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই—

$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE + AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$

বা, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$ (প্রমাণিত)

পীথাগোরাসের উপপাদ্যের প্রয়োগ

■ **ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC অতিভুজ এবং P, BC-এর উপর যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.**

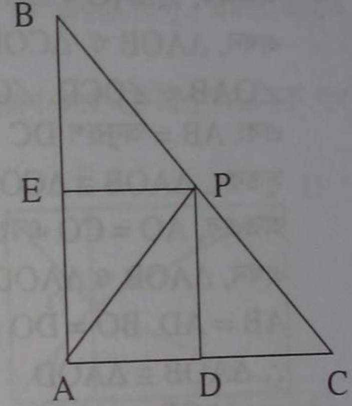
সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC অতিভুজ এবং P, BC-এর উপর যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। এর AB = AC এবং BC অতিভুজ।

P, BC-এর উপর যে কোন বিন্দু। P, A যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$.

অঙ্কন : P হতে AB-এর উপর PE এবং AC-এর উপর PD লম্ব টানি।



প্রমাণ : ΔABC-এর $\angle A = 90°$ এবং AB = AC হওয়ায় $\angle B = \angle C = 45°$।

এখন, ΔPDC-এর $\angle D = 90°$ [$\because PD \perp AC$]

সুতরাং, $\angle DPC = \angle DCP = 45°$

$\therefore PD = CD$

একই কারণে, PBE সমকোণী ত্রিভুজে PE = BE

PDC সমকোণী ত্রিভুজে PC অতিভুজ হওয়ায়

$PC^2 = PD^2 + CD^2$

$= PD^2 + PD^2$ [$\because PD = CD$]

$= 2PD^2$

আবার, PBE সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়

$PB^2 = BE^2 + PE^2$

$= PE^2 + PE^2$ [$\because BE = PE$]

$= 2PE^2$

$\therefore PB^2 + PC^2 = 2PD^2 + 2PE^2$

$= 2(PD^2 + PE^2)$

এখন, $\angle E = \angle A = \angle D$ = এক সমকোণ হওয়ায় ADPE একটি আয়তক্ষেত্র।

$\therefore PE = AD$

$\therefore PB^2 + PC^2 = 2(PD^2 + AD^2)$

ADP সমকোণী ত্রিভুজে PA অতিভুজ হওয়ায়

$PA^2 = AD^2 + PD^2$

অতএব, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ (প্রমাণিত)।

চতুর্ভুজ বিষয়ক উপপাদ্য

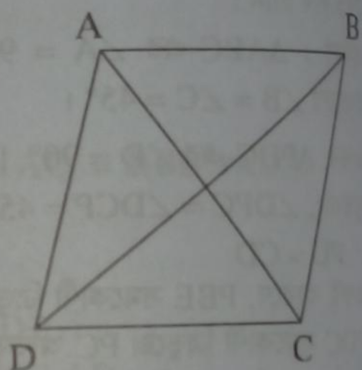
■ **প্রমাণ কর যে, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।**

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD রম্বসের AC এবং BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে 0 বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে,

i. AO = CO এবং BO = DO

ii. $\angle AOB = \angle AOD = \angle BOC = \angle COD$ = এক সমকোণ।



প্রমাণ : AB ও DC বাহুদ্বয় সমান্তরাল এবং AC ও BD তাদের দুইটি ছেদক।

অতএব, $\angle BAC = \angle ACD$ [একান্তর কোণ বলে]

এখন, ΔAOB ও ΔCOD-এ

$\angle OAB = \angle OCD$, $\angle OBA = \angle ODC$

এবং AB = অনুরূপ DC

সুতরাং, $\Delta AOB \cong \Delta COD$

অতএব, AO = CO এবং BO = DO

এখন, ΔAOB ও ΔAOD-এ

AB = AD, BO = DO এবং AO সাধারণ বাহু

$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOD$

$\therefore \angle AOB = \angle AOD$

আবার, $\angle AOB + \angle AOD$ = দুই সমকোণ [BD = 180°]

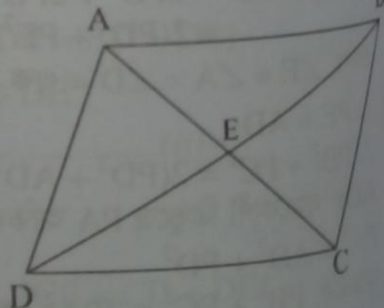
অতএব, $\angle AOB = \angle AOD$ = এক সমকোণ

আবার, $\angle COD$ = বিপ্রতীপ $\angle AOB$ = এক সমকোণ

এবং $\angle BOC$ = বিপ্রতীপ $\angle AOD$ = এক সমকোণ

অতএব, $\angle AOB = \angle AOD = \angle BOC = \angle COD$ = এক সমকোণ (প্রমাণিত)

■ **প্রমাণ করুন যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।**



সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

বিশেষ নির্বচন : ABCD একটি সামান্তরিক AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ-ক্ষেত্র AEB = Δ-ক্ষেত্র BEC = Δ-ক্ষেত্র CED = Δ-ক্ষেত্র AED.

প্রমাণ : ABCD সামান্তরিকে AC ও BD কর্ণ পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। ΔADC-এ ED মধ্যমা

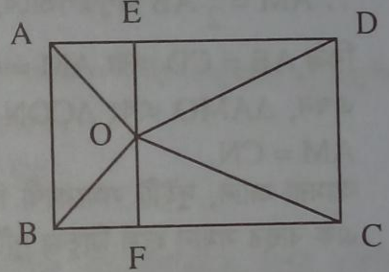
$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র AED = Δ-ক্ষেত্র CED

আবার, ΔBCD-এ CE মধ্যমা

∴ Δ-ক্ষেত্র CED = Δ-ক্ষেত্র BEC
আবার, ΔABC-এ BE মধ্যমা
∴ Δ-ক্ষেত্র BEC = Δ-ক্ষেত্র AEB
আবার, ΔABD-এ AE মধ্যমা
∴ Δ-ক্ষেত্র AEB = Δ-ক্ষেত্র BEC = Δ-ক্ষেত্র CED = Δ-ক্ষেত্র AED (প্রমাণিত)

■ **ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে O যে কোন বিন্দু। প্রমাণ করুন যে, $OA^2+OC^2 = OB^2 + OD^2$.**

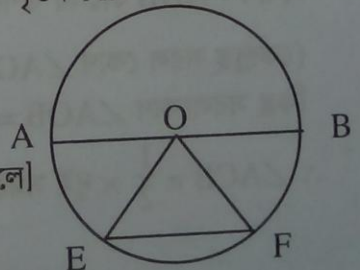
সমাধান:
সাধারণ নির্বচন : ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে 'O' একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$.
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরে 'O' একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$.
অংকন : AO, BO, CO, DO যোগ করি এবং AB এর সমান্তরাল করে 'O' বিন্দু দিয়ে EF লম্ব টানি।



∴ AE = BF এবং DE = CF
∴ ΔAOE থেকে পাই $OA^2 = AE^2 + OE^2$
ΔDOE " " $OD^2 = DE^2 + OE^2$
ΔBOF " " $OB^2 = BF^2 + OF^2$
ΔCOF " " $OC^2 = CF^2 + OF^2$
প্রশ্নমতে,
$OA^2 + OC^2 = AE^2 + OE^2 + CF^2 + OF^2$
$= BF^2 + OE^2 + DE^2 + OF^2$
$= BF^2 + OF^2 + DE^2 + OE^2$
$= OB^2 + OD^2$
∴ $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$ (প্রমাণিত)

বৃত্ত বিষয়ক উপপাদ্য

■ **প্রমাণ করুন বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।**
সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABEF একটি বৃত্ত। AB তার ব্যাস এবং EF ব্যাস ভিন্ন যে কোন একটি জ্যা।
প্রমাণ করতে হবে যে, AB > EF.
অংকন : O, E এবং O, F যোগ করি।



প্রমাণ : OA = OB = OE = OF [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
এখন, ΔOEF-এ OE + OF > EF
বা, OA + OB > EF
∴ AB > EF [∵ AB = OA + OB] (প্রমাণিত)

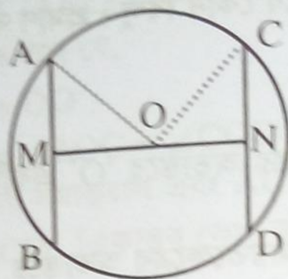
■ **প্রমাণ করুন যে, বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী।**

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABDC একটি বৃত্ত। 'O' এর কেন্দ্র এবং AB ও CD দুটি জ্যা

প্রমাণ করতে হবে যে, কেন্দ্র O হতে AB এবং CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।

অংকন : 'O' হতে AB ও CD জ্যা দ্বয়ের উপর OM এবং ON লম্ব আঁকি।



প্রমাণ : যেহেতু $OM \perp AB$, সেহেতু OM রেখা AB জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

$\therefore AM = \frac{1}{2} AB$ অনুরূপভাবে, $CN = \frac{1}{2} CD$

কিন্তু $AB = CD$ এবং $AM = CN$

এখন, ΔAMO এবং ΔCON সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ OA = অতিভুজ OC এ

$AM = CN$.

আমরা জানি, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজদ্বয় এবং একটির একবাহু অন্যটির অপ এক বাহুর সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে।

$\therefore \Delta AMO \cong \Delta CON$

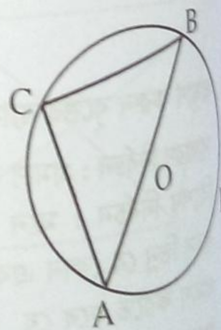
$\therefore OM = ON$ (প্রমাণিত)

■ **প্রমাণ করুন অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।**

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট ACBD বৃত্তে AB একটি ব্যাস এবং $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACB$ = এক সমকোণ।



অঙ্কন : AB এর যে পাশে C বিন্দু অবস্থিত, তার বিপরীত পাশে বৃত্তের উপর একটি বিন্দু D নিই।

প্রমাণ : ADB চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle ACB = \frac{1}{2}$ (কেন্দ্রস্থ সরল কোণ $\angle AOB$)

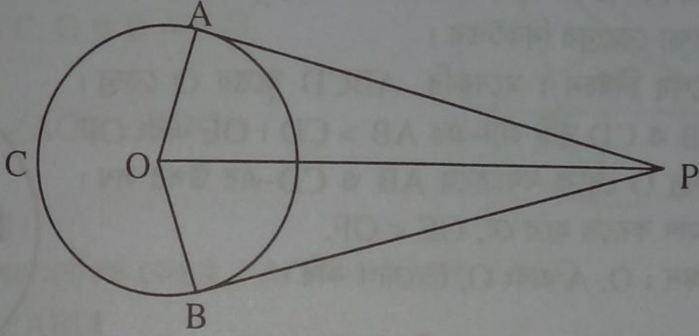
কিন্তু সরলকোণ $\angle AOB$ = দুই সমকোণ

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \times$ দুই সমকোণ = এক সমকোণ (প্রমাণিত)

প্রমাণ করুন যে, বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু হতে একটি বৃত্তে দুটি স্পর্শক অংকন করলে এগুলি পরস্পর সমান হবে।

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের বহিঃস্থ কোন বিন্দু হতে একটি বৃত্তে দুইটি স্পর্শক অংকন করলে এগুলি পরস্পর সমান হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের বহিস্থ একটি বিন্দু P এবং PA ও PB বৃত্তটির দুটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, PA = PB.



অংকন : O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণ : যেহেতু বৃত্তের পরিধির যে কোন বিন্দুতে অংকিত স্পর্শক, স্পর্শক বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব সেহেতু $\angle PAO$ এবং $\angle PBO$ উভয়ই এক সমকোণ।

ΔPAO ও ΔPBO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের PO এদের সাধারণ বাহু।

$\therefore OA = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও সংলগ্ন একটি বাহু যথাক্রমে অপর একটি ত্রিভুজের অতিভুজ ও অপর বাহুর সমান হলে ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।

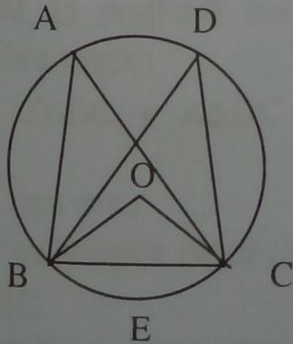
$\therefore \Delta POA \cong \Delta POB$

$\therefore PA = PB$ (প্রমাণিত)

প্রমাণ করুন যে, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলি পরস্পর সমান।

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলি পরস্পর সমান।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বৃত্ত। 'O' এদের কেন্দ্র। $\angle BAC$ এবং $\angle BDC$ এর BEC চাপের উপর দণ্ডায়মান দুটি বৃত্তস্থ কোণ। প্রমাণ করতে হযে যে, $\angle BAC = \angle BDC$.



অংকন : O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ : যেহেতু কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAC$ একই চাপ BEC এর উপর দ

সেহেতু $\angle BOC = \angle BAC$ .... (i)

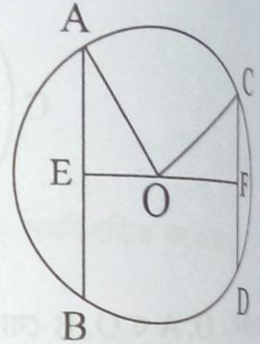
অনুরূপভাবে, $\angle BOC = 2\angle BDC$ .... (ii)

সুতরাং $2\angle BAC = 2\angle BDC$ [(i) নং ও (ii) নং তুলনা করে পাই]

অর্থাৎ $\angle BAC = \angle BDC$ (প্রমাণিত)

■ **দেখান যে, বৃত্তের দুটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকট**

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের দুটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।



বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, ABCD বৃত্তের O কেন্দ্র। AB ও CD দুটি জ্যা-এর $AB > CD$। OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে AB ও CD-এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $OE < OF$.

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ : OE, AB-এর উপর লম্ব হওয়ায় $AE = \frac{1}{2}$ AB এবং OF, CD-এর উপর লম্ব হওয়ায় $CF = \frac{1}{2} CD$

এখন, AOE সমকোণী ত্রিভুজে AO অতিভুজ

$\therefore OA^2 = OE^2 + AE^2$

আবার, COF সমকোণী ত্রিভুজে CO অতিভুজ

$\therefore OC^2 = OF^2 + CF^2$

AO এবং OC একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ হওয়ায় $OA = OC$

সুতরাং, $OE^2 + AE^2 = OF^2 + CF^2$ .... *(i)*

কিন্তু, $AB > CD$ হওয়ায়, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$

বা, $AE > CF$ $\therefore AE^2 > CF^2$

সমীকরণ *(i)* নং থেকে দেখা যায়,

AE^2 যদি CF^2 থেকে বৃহত্তর হয় তবে OE^2, OF^2 থেকে ক্ষুদ্রতর হবে।

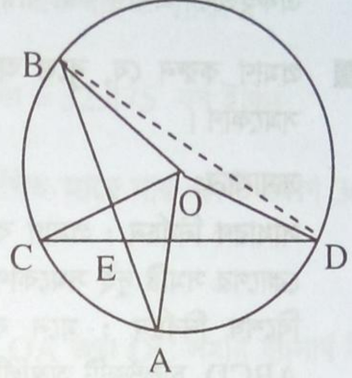
সুতরাং, $OE^2 < OF^2$

$\therefore OE < OF$ (প্রমাণিত)।

■ **O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোন বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করুন যে, ∠AOD + ∠BOC = 2 সমকোণ।**

সাধারণ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোন বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করুন যে, ∠AOD + ∠BOC = দুই সমকোণ।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ACBD বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। O ও A, O ও C, O ও B এবং O ও D যোগ করা হল।



প্রমাণ করতে হবে যে, ∠AOD ∠BOC = দুই সমকোণ।

অঙ্কন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ : AD চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ ∠AOD এবং বৃত্তস্থ ∠ABD

সুতরাং, ∠AOD = 2 ∠ABD.

আবার, BC চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ ∠BOC এবং বৃত্তস্থ ∠BDC

∴ ∠BOC = 2 ∠BDC

∴ ∠AOD + ∠BOC = 2 ∠ABD + 2 ∠BDC
= 2 (∠ABD + ∠BDC)

কিন্তু BED সমকোণী ত্রিভুজে,

∠BED = এক সমকোণ হওয়ায়,

∠EBD + ∠EDB = এক সমকোণ

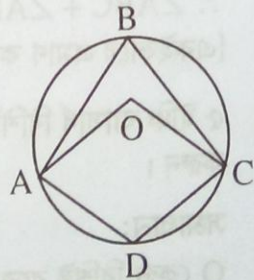
বা, ∠ABD + ∠BDC = এক সমকোণ

অতএব, ∠AOD + ∠BOC = 2 × এক সমকোণ

∴ ∠AOD + ∠BOC = দুই সমকোণ (প্রমাণিত)।

■ **প্রমাণ করুন যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।**

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ABC + ∠ADC = দুই সমকোণ

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ : একই চাপ ADC এর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠AOC = 2 (বৃত্তস্থ ∠ABC)

অর্থাৎ, ∠AOC = 2∠ABC

আবার, একই চাপ ABC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধকোণ ∠AOC = 2 (বৃত্তস্থ ∠ADC)

অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধকোণ ∠AOC = 2∠ADC

$\therefore \angle AOC$ + প্রবৃদ্ধকোণ $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$

কিন্তু, $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC$ = চার সমকোণ

$\therefore 2(\angle ABC + \angle ADC)$ = চার সমকোণ

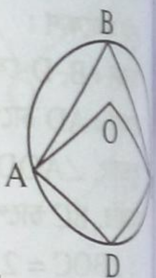
$\therefore \angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ

একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ (প্রমাণিত)

■ **প্রমাণ করুন যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি সমকোণ।**

সমাধান:

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ

এবং $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ।

অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ : একই চাপ ADC এর উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOC$ = 2 (বৃত্তস্থ কোণ) $\angle ABC$ [কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

অর্থাৎ, $\angle AOC = 2\angle ABC$

আবার, একই চাপ ABC এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধকোণ $\angle AOC$ = 2 (বৃত্তস্থ) $\angle ADC$

অর্থাৎ, প্রবৃদ্ধকোণ $\angle AOC = 2\angle ADC$

$\therefore \angle AOC$ + প্রবৃদ্ধকোণ $\angle AOC = 2\angle ABC + 2\angle ADC$

$\therefore \angle AOC$ + প্রবৃদ্ধকোণ $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$

কিন্তু, $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC$ = চার সমকোণ বা $360°$

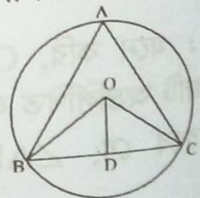
$\therefore 2(\angle ABC + \angle ADC)$ = চার সমকোণ বা $\frac{360°}{2} = 180°$ দুই সমকোণ।

$\therefore \angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ (প্রমাণিত)

[একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ]

■ **৫ ইঞ্চি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।**

সমাধান:



O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC অর্ন্তলিখিত আছে।

O, B ও O, C যুক্ত করি।

BC এর উপর $\angle BOC$ এর সমদ্বিখন্ডক OD আঁকি যা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

এখন, OB = OC (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ), ফলে, OBC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

অতএব, $OD \perp BC$ এবং BD = DC অর্থাৎ, BC = 2BD

আবার, $\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 60° = 120°$

ফলে, $\angle BOD = \frac{1}{2} \times 120° = 60° \because \angle OBD = 180° - (60° + 90°) = 30°$

আমরা পাই, ΔOBD তে, $\cos 30° = \frac{BD}{OB} \therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BD}{5"} \therefore BD = \frac{\sqrt{3} \times 5"}{2}$

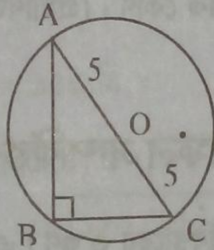
$\therefore BC = 2BD = 2 \times \frac{\sqrt{3} \times 5"}{2} = \sqrt{3} \times 5"$ ΔABC এর এক বাহু $= \sqrt{3} \times 5"$

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{3} \times 5")^2$ বর্গ ইঞ্চি $= \frac{75\sqrt{3}}{4}$ বর্গ ইঞ্চি $= 32.475$ বর্গ ইঞ্চি।

■ **5 ইঞ্চি ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অন্তর্লিখিত আছে যার একটি কোণ 30°। উহার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।**

সমাধানঃ

যে কোন সরলরেখা AC এর মধ্যবিন্দু O নিই। O থেকে OA তথা OC সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। এখন A বিন্দুতে $\angle BAC = 30°$ নিই। B,C যোগ করি।
এখন, সমকোণী ত্রিভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত হয় বলে, B বিন্দু বৃত্তের পরিধির উপর পড়বে। যে কারণে $\angle ABC =$ এক সমকোণ।



আবার, $\angle BAC = 30°, \angle ABC = 90°$ বলে $\angle BCA = 180° - (30° + 90°) = 180 - 120° = 60°$
এখন, শর্তানুসারে, OA বা, OC = 5 ইঞ্চি
ফলে, AC = OA + OC = (5 + 5) ইঞ্চি বা 10 ইঞ্চি

আমরা পাই, $\text{Cos}60° = \frac{BC}{AC}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{BC}{AC}$ বা, $2BC = AC$

$\therefore BC = \frac{AC}{2} = \frac{10}{2}$ ইঞ্চি = 5 ইঞ্চি

আবার, $\sin 60° = \frac{AB}{AC}$ বা, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{AC}$

বা, $2 \times AB = \sqrt{3} \times AC$

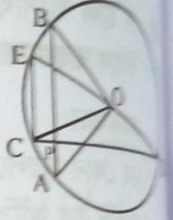
$\therefore AB = \frac{\sqrt{3} \times AC}{2} = \frac{\sqrt{3} \times 10}{2}$ ইঞ্চি $= 5\sqrt{3}$ ইঞ্চি

$\therefore$ নির্ণেয় বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য AC = 10 ইঞ্চি, BC = 5 ইঞ্চি, AB = $5\sqrt{3}$ ইঞ্চি **Ans.**

■ O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের দুটি জ্যা AB, CD বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করে। প্রমাণ করুন ∠AOD এবং ∠BOC সম্পূরক কোণ।

সমাধান:

মনেকরি,
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দু'টি P বিন্দুতে পরস্পর লম্বভাবে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠AOD এবং ∠BOC = সম্পূরক কোণ।
অঙ্কন : DO কে বর্ধিত করায় বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করে। E, C যোগ করি।



প্রমাণ : ∠DCE = ৯০° (অর্ধবৃত্তস্থ কোণ)
∴ AB ∥ CE
∴ চাপ AC = চাপ BE.
∴ ∠AOC = ∠BOE .... (i)
এখন ∠AOD + ∠BOC = ∠AOD + ∠COE + ∠BOE
= ∠AOD + ∠AOC + ∠COE = ∠DOE = ২ সমকোণ
যেহেতু দুটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ হলে একটিকে অপরটির সম্পূরক কোণ বলে। সুতরাং
∠AOD এবং ∠BOC = সম্পূরক কোণ। (প্রমাণিত)

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সমস্যা

■ একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের ৩ গুণ। একে $১\frac{১}{২}$ ফুট বর্গ পাথর দিয়ে বাঁধাতে ২০২৮টি পাথর প্রয়োজন। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য মেট্রিক এককে নির্ণয় করুন।

সমাধান:

(দেওয়া আছে ১ ফুট = ৩০.৪৮ সে. মি.)

প্রতিটি পাথরের ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{৩}{২}\right)^{২}$ বর্গফুট = $\frac{৯}{৪}$ বর্গফুট

আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $\frac{৯}{৪}$ × ২০২৮ বর্গফুট = ৯ × ৫০৭ = ৪৫৬৩ বর্গফুট।

মনে করি, বিস্তার = 'ক' ফুট
অতএব, দৈর্ঘ্য = ৩ক ফুট
ক্ষেত্রফল = (৩ক × ক) বর্গফুট = ৩ক^{২} বর্গফুট
শর্তানুসারে, ৩ক^{২} = ৪৫৬৩ বর্গফুট
বা, ক^{২} = $\frac{৪৫৬৩}{৩}$ বর্গফুট
বা, ক^{২} = ১৫২১ বর্গফুট
অতএব ক = $\sqrt{১৫২১}$ = ৩৯ ফুট
বিস্তার ৩৯ ফুট, দৈর্ঘ্য ৩৯ × ৩ = ১১৭ ফুট
১ ফুট = ৩০.৪৮ সে. মি.
∴ ১১৭ ফুট = ৩০.৪৮ × ১১৭ সে. মি.